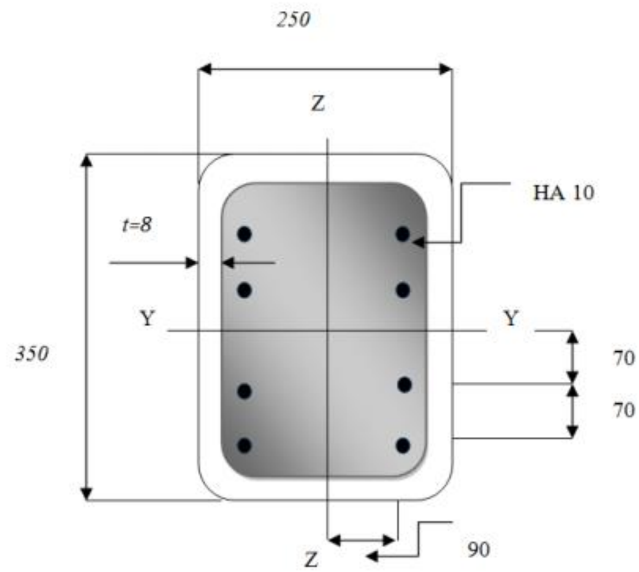
Exercice d'application :

Vérifier la stabilité d'une colonne mixte (poteau mixte : Profil creux remplis de béton) appartenant à un bâtiment industrielle vis-à-vis de la compression simple pour une longueur de flambement L=5m et ayant les caractéristiques suivantes : Nsd = 3000 KN.



Profil : 350*250*8	f_y = 275 N/mm²	E_a = 210 000N/mm²
Béton : C40/50	f_{ck} = 40 N/mm²	E_{cm} = 35 000N/mm²
Armateurs 8ϕ10	f_{sk} = 400 N/mm²	E_s = 210 000N/mm²

Solution de l'exercice d'application :

1- Vérification :

$$\frac{h}{t} = \frac{350}{8} = 43.75 < 52\varepsilon = 48.07 \; Avec \; \varepsilon = \sqrt{235/f_y}$$

2. Caractéristiques géométriques de la section :

Les sections :

- Armatures : 8HA10 $\longrightarrow$ A_s = 628.32 mm²
- Béton : A_c = (b – 2t). (h - 2t) – A_s = (250-16).(350-16)-628.32 = 77527.68 mm²
- Aciers : A_a = b×h – A_s- A_c = (250×350)-628.32-77527.68 = 9344 mm²

Les inerties:

Suivant l'axe fort YY:

- Aciers : $I_{a,yy} = \frac{bh^3}{12} - \frac{b_c h_c^3}{12} = \frac{250*350^3}{12} - \frac{234*334^3}{12} = 1,667.10^8 mm^4$
- Armatures : $I_{s,yy} = \sum A_s d_{sz}^2 = \frac{4\pi\ 10^2}{4} 70^2 + \frac{4\pi\ 10^2}{4} 140^2 = 7,70.10^6 mm^4$
- Béton : $I_{c,yy} = \frac{bh^3}{12} - I_{a,yy} - I_{s,yy} = \frac{250*350^3}{12} - 1,667.10^8 - 7,70.10^6 = 7.188.10^6 mm^4$

Suivant l'axe faible ZZ:

- Aciers : $I_{a,zz} = \frac{hb^3}{12} - \frac{h_c b_c^3}{12} = \frac{350*250^3}{12} - \frac{334*234^3}{12} = 0,991.10^8 mm^4$
- Armatures : $I_{s,zz} = \sum A_s d_{sy}^2 = \frac{8\pi\ 10^2}{4} 90^2 = 5,09.10^6 mm^4$
- Béton : $I_{c,zz} = \frac{hb^3}{12} - I_{a,zz} - I_{s,zz} = \frac{350*250^3}{12} - 0,991.10^8 - 5,09.10^6 = 3,516.10^6 mm^4$

3. Résistance de la section transversale à la charge axiale :

$$N_{pl.Rd} = A_a \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s} = \frac{9344 * 275}{1.10} + \frac{77527,68 * 40}{1.5} + \frac{628.32 * 400}{1.15} = 4,622.10^6\ N$$

Le coefficient de participation de l'acier = $\left(\frac{A_a f_y}{\gamma_a}\right) N_{pl.rd} = \frac{\frac{9344*275}{1.10}}{4.622.10^6} = 0,505.$

$$0.2 < \delta = 0.505 < 0.9 \text{ d'ou la méthode simplifier est applicable.}$$

4. Rigidité en flexion avec prise en compte éventuelle du fluage :

$$(EI)_e = E_a I_a + E_{cd}.I_c + E_s I_s$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c} = \frac{35000}{1.35} = 25925.92\ N/mm^2$$

Suivant l'axe fort YY :

$$(EI)_{e,yy} = 210000 * 1,667.10^8 + 25925,92 * 7,188 * 10^6 + 210000 * 7.70.10^6$$
$$= 3,68.10^{13}\ N.mm^2$$

Suivant l'axe faible ZZ :

$$(EI)_{e,zz} = 210000 * 0{,}991.10^8 + 25925{,}92 * 3{,}516 * 10^6 + 210000 * 5{,}09.10^6$$
$$= 2{,}2.10^{13}\ N.mm^2$$

5. Calcul de l'effort normal résistant plastique :

$$N_{pl.r} = A_a \frac{f_y}{1} + A_c \frac{f_{ck}}{1} + A_s \frac{f_{sk}}{1} = \frac{9344*275}{1} + \frac{77527{,}68*40}{1} + \frac{628.32*400}{1} = 5{,}922.10^6\ N$$

6. La charge élastique critique :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_e}{L_{fl}^2}$$

Suivant l'axe fort YY :

$$N_{cr,yy} = \frac{\pi^2 (EI)_{e,yy}}{L_{fl}^2} = \frac{\pi^2 * 3{,}68.10^{13}}{5^2} = 14{,}53.10^6 N$$

Suivant l'axe faible ZZ :

$$N_{cr,zz} = \frac{\pi^2 (EI)_{e,zz}}{L_{fl}^2} = \frac{\pi^2 * 2{,}2.10^{13}}{5^2} = 8{,}68.10^6 N$$

7. Les élancements réduits :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,r}}{N_{cr}}}$$

Suivant l'axe fort YY :

$$\bar{\lambda}_{yy} = \sqrt{\frac{N_{pl,r}}{N_{cr,yy}}} = \sqrt{\frac{5{,}922.10^6}{14{,}53.10^6}} = 0{,}63$$

Suivant l'axe faible ZZ :

$$\bar{\lambda}_{zz} = \sqrt{\frac{N_{pl,r}}{N_{cr,zz}}} = \sqrt{\frac{5{,}922.10^6}{8{,}68.10^6}} = 0{,}83$$

8. Le coefficient de réduction au flambement est calculé suivant :

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Avec :

$$\phi = 0.5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0.2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

Suivant l'axe fort YY :

α = 0.21 (Voir Tableau 1 A_s<A_c = 628.32/77527,68 = 0.008< 3%)

$$\phi_{yy} = 0.5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda}_{yy} - 0.2\right) + \bar{\lambda}_{yy}{}^2\right] = 0.5(1 + 0.21(0.63 - 0.2) + 0.63^2) = 0,744$$

$$\chi_{yy} = \frac{1}{\phi_{yy} + \sqrt{\phi_{yy}{}^2 - \bar{\lambda}_{yy}{}^2}} = \frac{1}{0.744 + \sqrt{0.744^2 - 0.63^2}} = 0.916$$

Suivant l'axe faible ZZ :

α = 0.21 (Voir Tableau 1 A_s<A_c = 628.32/77527,68 = 0.008< 3%)

$$\phi_{zz} = 0.5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda}_{zz} - 0.2\right) + \bar{\lambda}_{zz}{}^2\right] = 0.5(1 + 0.21(0.83 - 0.2) + 0.83^2) = 0,911$$

$$\chi_{zz} = \frac{1}{\phi_{zz} + \sqrt{\phi_{zz}{}^2 - \bar{\lambda}_{zz}{}^2}} = \frac{1}{0.911 + \sqrt{0.911^2 - 0.83^2}} = 0.88$$

9. Calcul de la résistance au flambement sous charge centrée :

$$N_{sd} \leq \chi N_{pl.Rd}$$

Suivant l'axe fort YY :

$$N_{sd} \leq \chi_{yy} N_{pl.Rd} \rightarrow 3000000N \leq 0{,}916.4{,}622.10^6 = 4233752\ N \quad Condition\ vérifiée$$

Suivant l'axe faible ZZ :

$$N_{sd} \leq \chi_{zz} N_{pl.Rd} \rightarrow 3000000N \leq 0{,}88.4{,}622.10^6 = 4067360\ N \quad Condition\ vérifiée$$

Le poteau est vérifié vis-à-vis de la compression axiale.