

TD n01

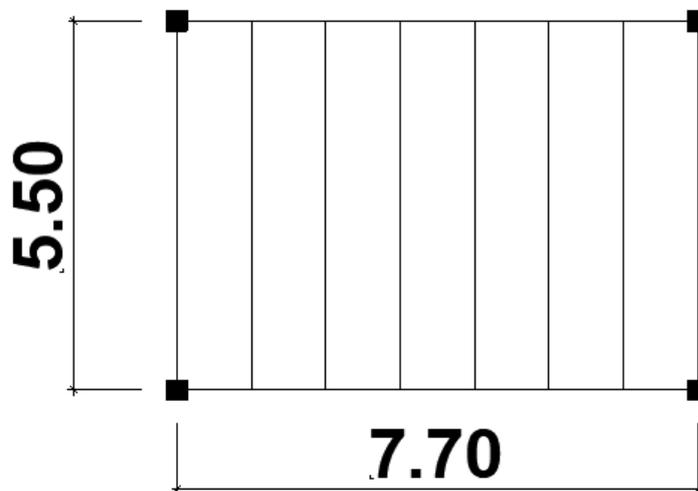
Application 01 : Soit un plancher d'entrepôt, présentent les caractéristiques suivantes :

- Trame : 7.70 m × 5.50 m
- Charge permanente $G = 2.1 \text{ KN/m}^2$
- Surcharge de stockage : $Q = 10 \text{ KN/m}^2$
- Dalle en Béton armé, coulés sur bacs acier, d'épaisseur moyenne $t = 10 \text{ cm}$
- Entraxe des solives = 1.10m
- Contraintes admissibles des matériaux :

Pour l'acier $f_y = 235 \text{ MPa}$; Pour le béton $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$

- Coefficient d'équilibre acier/béton : $n = 15$
- Coefficient de retrait du béton : $\epsilon = 2 \times 10^{-4}$
- La section des solives c'est un HE 200A, avec les caractéristiques géométriques suivantes :

Profilé	A (cm ²)	I _y (cm ⁴)	h (mm)
HE 200A	53.8	3692	200



1. Calculer l'aire de la section mixte
2. Calculer le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre
3. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier
4. Calculer les contraintes dans la dalle de béton
5. Calculer les contraintes additionnelles dues au retrait du béton
6. Trouver les contraintes finales

Solution :

1. Calcul l'aire de la section mixte

$$S = A + \frac{B}{n} = 53.8 + \frac{110 \times 10}{15} = 127.13 \text{ cm}^2$$

2. Calculer le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre

$$d = \frac{bt}{n} \frac{t+h}{2S} = \left(\frac{110 \times 10}{15} \right) \times \left(\frac{10+20}{2 \times 127.13} \right) = 8.65 \text{ cm}$$

Le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre (Δ) est :

$$I = I_A + Ad^2 + \frac{I_B}{n} + \frac{B}{n} \left(\frac{t+h}{2} - d \right)^2$$
$$= 3692 + 53.8 \times 8.65^2 + \frac{110 \times 10^3}{12 \times 15} + \frac{110 \times 10}{15} (15 - 8.65)^2$$

$$I = 11\,285.54 \text{ cm}^4$$

3. Calcul moment fléchissant maximal

$$M = 1.10 [1.35 \times 2.1 + 1.5 \times 10] \times \frac{5.5^2}{8} = 74.18 \text{ KN.M}$$

4. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier

$$\text{Traction : } \sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i$$

$$\text{Compression : } \sigma_{as} = \frac{M}{I} (v_s - t)$$

Avec :

$$v_i = \frac{h}{2} + d = 10 + 8.65 = 18.65 \text{ cm}$$

$$v_s = \frac{h}{2} + t - d = 10 + 10 - 8.65 = 11.35 \text{ cm}$$

$$\text{Traction : } \sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i = \frac{74.18 \times 18.65 \times 10^3}{11285.54} = \mathbf{-122.60 \text{ MPa}}$$

$$\text{Compression : } \sigma_{as} = \frac{M}{I} (v_s - t) = \frac{74.18 \times 1.35 \times 10^3}{11285.54} = \mathbf{+8.87 \text{ MPa}}$$

5. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier

Compression (fibre supérieure) :

$$\sigma_{bs} = \frac{M}{nI} v_s = \frac{74.18 \times 11.35 \times 10^3}{15 \times 11285.54} = +4.97 \text{ MPa}$$

Compression (fibre inférieure)

$$\sigma_{bi} = \frac{M}{nI} (v_s - t) = \frac{74.18 \times 1.35 \times 10^3}{15 \times 11285.54} = +0.59 \text{ MPa}$$

6. Calculer les contraintes additionnelles dues au retrait du béton

$$\alpha = \frac{I_A}{A\beta}$$

Avec :

$$\beta = \frac{h + t}{2} = \frac{20 + 10}{2} = 15 \text{ cm}$$

Donc

$$\alpha = \frac{I_A}{A\beta} = \frac{3692}{53.8 \times 15} = 4.57 \text{ cm}$$

Alors

$$K = \frac{BE_a \varepsilon \beta A}{nI_A A + BI_A + BA\beta^2}$$
$$= \frac{110 \times 10 \times 2.1 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4} \times 15 \times 53.8}{15 \times 3692 \times 53.8 + 110 \times 10 \times 3692 + 110 \times 10 \times 53.8 \times 15^2}$$

$$K = 0.18 \text{ N/mm}^3$$

$$y_1 = \frac{h}{2} + \alpha = 14.57 \text{ cm}$$

$$y_2 = y_1 + t = 14.57 + 10 = 24.57 \text{ cm}$$

$$E_a \varepsilon = 2.1 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4} = 42 \text{ MPa}$$

D'où les valeurs des contraintes :

- $\sigma'_a = Ky_1 = 0.18 \times 145.7 = +26.3 \text{ MPa}$
- $\sigma_a = K(h - y_1) = 0.18 \times 54.3 = -9.7 \text{ MPa}$
- $\sigma'_{b1} = \frac{1}{n}(E_a \varepsilon - Ky_1) = \frac{1}{15}(42 - 26.3) = 1.05 \text{ MPa}$
- $\sigma'_{b2} = \frac{1}{n}(E_a \varepsilon - Ky_2) = \frac{1}{15}(42 - 0.18 \times 24.57) = -0.15 \text{ MPa}$

7. Calculer les contraintes finales :

$$\sigma_{as} = +8.87 + 26.3 = 35.17 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{al} = -122.60 - 9.7 = -132.3 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bl} = 0.59 + 1.05 = 1.64 \text{ MPa} < f_{c28} = 25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bs} = 4.97 - 0.15 = 4.82 \text{ MPa} < f_{c28} = 25 \text{ MPa}$$