

Chapitre 2 : Calcul des planchers mixtes

1. Introduction :

Les structures de couverture sont constituées d'ossatures (généralement des profils IPE) et de platelages (généralement des bacs acier), qui sont légers, mais suffisants pour reprendre des charges finalement faibles.

En revanche, les structures de planchers sont constituées d'ossatures plus lourdes (IPE parfois, mais surtout HEA, HEB et PRS), recevant des platelages de forte inertie, nécessaires pour reprendre des fortes charges (surcharges d'exploitation de bureaux, de stockage...)

Les ossatures de planchers sont constituées de poutres croisées, les solives (supportant le platelage) portant sur des poutres maitresses, qui portent elles-mêmes sur des poteaux.

Quant aux platelages, ce sont :

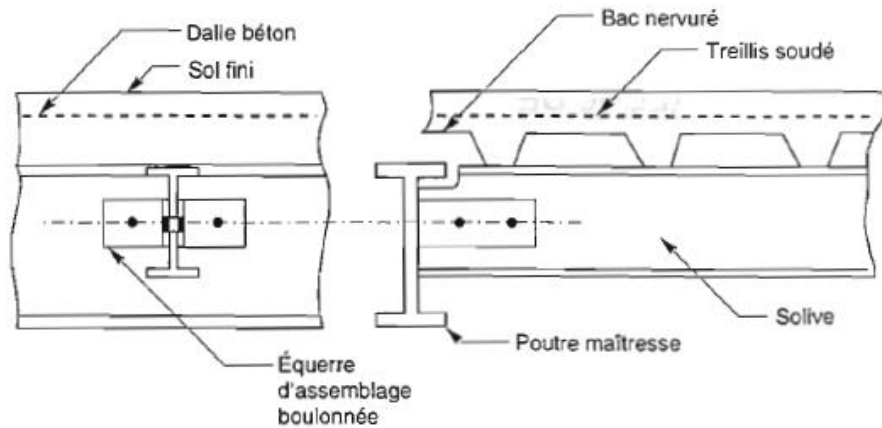
- Soit de simple platelages métalliques : tôles épaisses, lisses ou lamées
- Soit des dalles métalliques, à raidisseurs croisés (dalles orthotropes), peu utilisées en bâtiment, en raison de leur coût élevé, et pratiquement réservées à la réalisation de tabliers de ponts.
- Soit des dalles béton, coulées sur prédalles ou sur bacs acier utilisés comme coffrages perdus ou collaborant.

Ce dernier type de plancher, dit plancher mixte (acier/béton), est le plus répandu dans les constructions de planchers d'immeubles de bureaux, d'entrepôts, de mezzanines, etc...

Deux cas de figure sont possibles :

La dalle B.A est non collaborante : elle n'est pas liaisonnée avec l'ossature porteuse en acier, et ne participe donc pas, de ce fait, à l'inertie globale du plancher. La dalle constitue, dans ce cas, une charge permanente pour l'ossature porteuse, qui est pénalisante du fait de son poids élevé ;

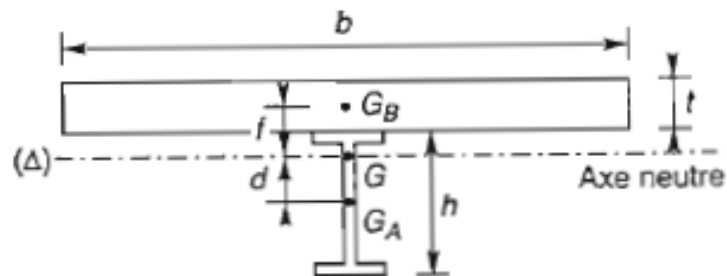
La dalle en B.A est collaborante : elle participe à l'inertie globale du plancher, ce qui impose qu'elle soit parfaitement liaisonnée avec la structure porteuse. Pour cela, il faut prévoir des dispositifs de liaison (connecteurs), à l'interface acier/béton, qui solidarisent dalle et poutres entre elles et s'opposent à leur glissement mutuel.



Les planchers mixtes à dalle collaborante étant la solution la plus économique et la plus judicieuse techniquement, nous allons développer la méthode de calculs de ce type de plancher.

2. Calcul d'un plancher mixte à dalle collaborante :

2.1. Inertie du montage poutre/ dalle :



Section mixte :

$$S = A + \frac{B}{n} \text{ avec } B = bt$$

n : coefficient d'équivalence acier / béton

La position de l'axe neutre (Δ) de la section mixte par rapport à G_A , centre de gravité de la poutre acier, est d et on l'obtient en écrivant l'égalité des moments statiques par rapport à (Δ) :

$$\text{Poutre : } \mu_A = A \cdot d$$

$$\text{Dalle : } \mu_B = \frac{B}{n} \cdot f$$

Soit

$$A \cdot d = \frac{B}{n} \cdot f$$

Or :

$$f + d = \frac{t + h}{2}$$

D'où :

$$d = \frac{bt}{n} \frac{t + h}{2S}$$

Le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre (Δ) est :

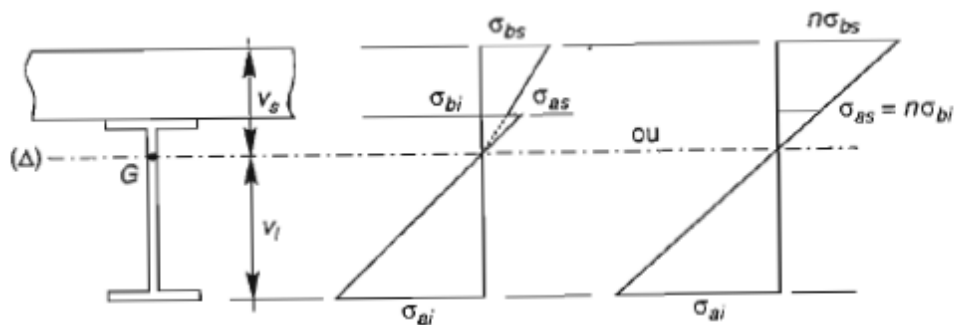
$$I = I_A + Ad^2 + \frac{I_B}{n} + \frac{B}{n} \left(\frac{t + h}{2} - d \right)^2$$

I_A et I_B étant les inerties propres des sections A et B

Soit :

$$I = I_A + Ad^2 + \frac{bt^3}{12n} + \frac{bt}{n} \left(\frac{t + h}{2} - d \right)^2$$

2.2. Contraintes de flexion simple :



M étant le moment fléchissant maximal dans la section mixte, d'inertie I , les diverses contraintes extrêmes sont :

Contraintes dans la poutre acier :

$$\text{Traction : } \sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i$$

$$\text{Compression : } \sigma_{as} = \frac{M}{I} (v_s - t)$$

Contraintes dans la dalle béton :

Compression (fibre supérieure) :

$$\sigma_{bs} = \frac{M}{nI} v_s$$

Compression (fibre inférieure)

$$\sigma_{bi} = \frac{M}{nI} (v_s - t)$$

Avec : $v_i = \frac{h}{2} + d$ et $v_s = \frac{h}{2} + t - d$

2.3. Contraintes additionnelles dues au retrait du béton :

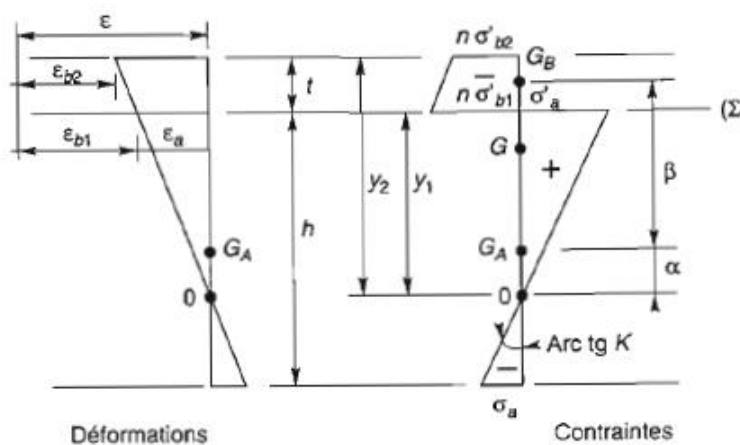
Après coulage de la dalle, le béton, en durcissant, devrait s'accompagner d'un retrait (raccourcissement ϵ). Mais la dalle étant solidarifiée avec les poutres en acier, ce retrait est contrarié par l'acier, qui s'oppose au raccourcissement de la dalle, à l'interface acier/béton

L'effet du retrait peut, en outre, se cumuler avec l'effet de l'abaissement de température (gradient thermique).

Ces effets provoquent :

- Un raccourcissement ϵ_a de la poutre acier
- Un allongement ϵ_b de la dalle béton (par rapport à sa position d'équilibre, car ne pouvant librement se rétracter, le béton se tend, en fait, ce qui équivaut à un allongement), et l'on a :

$$\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_b$$



En posant : $K = \frac{M}{I}$, les contraintes s'écrivent

- $\sigma'_a = Ky_1 = E_a \varepsilon_a$
- $\sigma_a = K(h - y_1)$
- $\sigma'_{b1} = E_b \varepsilon_b = \frac{E_a}{n} (\varepsilon - \varepsilon_a) = \frac{1}{n} (E_a \varepsilon - Ky_1)$
- $\sigma'_{b2} = \sigma'_{b1} - K(y_2 - y_1) = \frac{1}{n} (E_a \varepsilon - Ky_2)$

Ecrivons l'équilibre du système :

$$\Sigma F = 0 \text{ et } \Sigma M_{/0} = 0 \quad \text{soit:}$$

- Force de traction dans le béton (au niveau de l'axe Σ) :

$$F_B = \frac{B n \sigma'_{b1} + n \sigma'_{b2}}{2}$$

$$F_B = \frac{B}{n} \left(E_a \varepsilon - K \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$F_B = \frac{B}{n} (E_a \varepsilon - K[\alpha + \beta])$$

Force de compression dans l'acier (au niveau de l'axe Σ) :

$$F_A = \int \sigma'_a \cdot ds = K \mu_A$$

Le moment statique μ_A de la section d'acier A par rapport à 0 vaut :

$$\mu_A = A \cdot \alpha, \text{ d'où } F_A = K \cdot A \cdot \alpha$$

En faisant $F_B = F_A$, on obtient :

$$KA\alpha = \frac{B}{n} [E_a \varepsilon - K(\alpha + \beta)]$$

Moment dû à F_B dans le béton :

$$M_{B/0} = F_B(\alpha + \beta) = KA\alpha(\alpha + \beta)$$

Moment dû à F_A dans la poutre :

$$M_{A/0} = \int y \sigma'_a \cdot dS = KI$$

Avec : $I = I_A + A\alpha^2$

Faisons $M_B = M_A$, on obtient :

$$KA\alpha(\alpha + \beta) = K(I_A + A\alpha^2)$$

D'où :

$$\alpha = \frac{I_A}{A\beta}$$

En portant cette valeur de α dans l'équation précédente, on obtient la valeur de K , qui permet de calculer les valeurs de différentes contraintes :

$$K = \frac{BE_a \varepsilon \beta A}{nI_A A + BI_A + BA\beta^2}$$

3. Flèches :

Réglementairement, elles sont limitées :

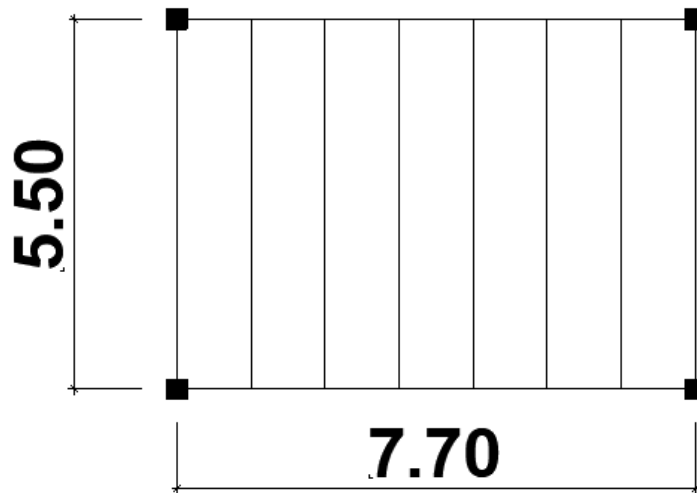
- à 1/400 de la portée, pour des planchers supportant des murs, cloisons ou vitrages.
- à 1/250 de la portée, pour des planchers courants

Problème à résoudre :

Soit un plancher d'entrepôt, présentent les caractéristiques suivantes :

- Trame : 7.70 m \times 5.50 m
- Charge permanente $G = 2.1 \text{ KN/m}^2$
- Surcharge de stockage : $Q = 10 \text{ KN/m}^2$
- Dalle en Béton armé, coulés sur bacs acier, d'épaisseur moyenne $t = 10 \text{ cm}$
- Entraxe des solives = 1.10m
- Contraintes admissibles des matériaux :
Pour l'acier $f_y = 235 \text{ MPa}$; Pour le béton $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$
- Coefficient d'équilibre acier/béton : $n = 15$
- Coefficient de retrait du béton : $\varepsilon = 2 \times 10^{-4}$
- La section des solives c'est un HE 200A, avec les caractéristiques géométriques suivantes :

Profilé	A (cm ²)	I _y (cm ⁴)	h (mm)
HE 200A	53.8	3692	200



1. Calculer l'aire de la section mixte
2. Calculer le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre
3. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier
4. Calculer les contraintes dans la dalle de béton
5. Calculer les contraintes additionnelles dues au retrait du béton
6. Trouver les contraintes finales

Déduire le digramme des contraintes finales

Solution :

1. Calcul l'aire de la section mixte **1 Point**

$$S = A + \frac{B}{n} = 53.8 + \frac{110 \times 10}{15} = 127.13 \text{ cm}^2$$

2. Calculer le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre **1 Point**

$$d = \frac{bt t + h}{2S} = \left(\frac{110 \times 10}{15} \right) \times \left(\frac{10 + 20}{2 \times 127.13} \right) = 8.65 \text{ cm}$$

Le moment d'inertie de la section mixte par rapport à l'axe neutre (Δ) est : **1 Point**

$$I = I_A + Ad^2 + \frac{I_B}{n} + \frac{B}{n} \left(\frac{t+h}{2} - d \right)^2$$

$$= 3692 + 53.8 \times 8.65^2 + \frac{110 \times 10^3}{12 \times 15} + \frac{110 \times 10}{15} (15 - 8.65)^2$$

$$I = 11\,285.54 \text{ cm}^4$$

3. Calcul l'aire de la section mixte **1 Point**

$$M = 1.10[1.35 \times 2.1 + 1.5 \times 10] \times \frac{5.5^2}{8} = 74.18 \text{ KN.M}$$

4. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier **1 Point**

$$\text{Traction : } \sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i$$

$$\text{Compression : } \sigma_{as} = \frac{M}{I} (v_s - t)$$

Avec :

$$v_i = \frac{h}{2} + d = 10 + 8.65 = 18.65 \text{ cm}$$

$$v_s = \frac{h}{2} + t - d = 10 + 10 - 8.65 = 11.35 \text{ cm}$$

$$\text{Traction : } \sigma_{ai} = \frac{M}{I} v_i = \frac{74.18 \times 18.65 \times 10^3}{11285.54} = \mathbf{-122.60 \text{ MPa}}$$

$$\text{Compression : } \sigma_{as} = \frac{M}{I} (v_s - t) = \frac{74.18 \times 1.35 \times 10^3}{11285.54} = \mathbf{+8.87 \text{ MPa}}$$

5. Calculer les contraintes dans la poutre d'acier **1 Point**

Compression (fibre supérieure) :

$$\sigma_{bs} = \frac{M}{nI} v_s = \frac{74.18 \times 11.35 \times 10^3}{15 \times 11285.54} = \mathbf{+4.97 \text{ MPa}}$$

Compression (fibre inférieure)

$$\sigma_{bi} = \frac{M}{nI} (v_s - t) = \frac{74.18 \times 1.35 \times 10^3}{15 \times 11285.54} = \mathbf{+0.59 \text{ MPa}}$$

6. Calculer les contraintes additionnelles dues au retrait du béton

$$\alpha = \frac{I_A}{A\beta}$$

Avec :

$$\beta = \frac{h + t}{2} = \frac{20 + 10}{2} = 15 \text{ cm}$$

Donc

$$\alpha = \frac{I_A}{A\beta} = \frac{3692}{53.8 \times 15} = 4.57 \text{ cm}$$

Alors

$$K = \frac{BE_a \varepsilon \beta A}{nI_A A + BI_A + BA\beta^2}$$
$$= \frac{110 \times 10 \times 2.1 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4} \times 15 \times 53.8}{15 \times 3692 \times 53.8 + 110 \times 10 \times 3692 + 110 \times 10 \times 53.8 \times 15^2}$$

$$K = 0.18 \text{ N/mm}^3 \text{ 1 Point}$$

$$y_1 = \frac{h}{2} + \alpha = 14.57 \text{ cm}$$

$$y_2 = y_1 + t = 14.57 + 10 = 24.57 \text{ cm}$$

$$E_a \varepsilon = 2.1 \times 10^6 \times 2 \times 10^{-4} = 42 \text{ MPa}$$

D'où les valeurs des contraintes : 2 Point

- $\sigma'_a = Ky_1 = 0.18 \times 145.7 = +26.3 \text{ MPa}$
- $\sigma_a = K(h - y_1) = 0.18 \times 54.3 = -9.7 \text{ MPa}$
- $\sigma'_{b1} = \frac{1}{n}(E_a \varepsilon - Ky_1) = \frac{1}{15}(42 - 26.3) = 1.05 \text{ MPa}$
- $\sigma'_{b2} = \frac{1}{n}(E_a \varepsilon - Ky_2) = \frac{1}{15}(42 - 0.18 \times 24.57) = -0.15 \text{ MPa}$

7. Calculer les contraintes finales : 2 Point

$$\sigma_{as} = +8.87 + 26.3 = 35.17 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{al} = -122.60 - 9.7 = -132.3 \text{ MPa} < f_y = 235 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bl} = 0.59 + 1.05 = 1.64 \text{ MPa} < f_{c28} = 25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bs} = 4.97 - 0.15 = 4.82 \text{ MPa} < f_{c28} = 25 \text{ MPa}$$