Cours

Mécanique des Fluides

Sciences et Technologie (ST)

Chapitre 1 : Propriétés des fluides

Définition d'un fluide

On appelle fluide un corps qui n'a pas de forme propre et qui est facilement déformable. Les liquides et les gaz sont des fluides, ainsi que des corps plus complexes tels que les polymères ou les fluides alimentaires. Ils se déforment et s'écoulent facilement. Un fluide englobe principalement deux états physiques : l'état gazeux et l'état liquide.

Système d'unités

Les unités de mesure utilisées dans ce document sont celles du système international (SI). Les unités principales de ce système sont rassemblées dans le tableau suivant :

Tableau 1.1 : Principales unités dans le système international (SI)

Longueur	**Masse**	**Temps**	**Pression**	**Force**	**Energie**	**Puissance**
Mètre	Kilogramme	Seconde	Pascal	Newton	Joule	Watt
(m)	**(Kg)**	**(s)**	**(Pa)**	**(N)**	**(J)**	**(W)**
L	M	T	$ML^{-1}T^{-2}$	MLT^{-2}	$ML^{2}T^{-2}$	$ML^{2}T^{-3}$

Propriétés des fluides

Tous les fluides possèdent des caractéristiques permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné. Parmi ces caractéristiques qu'on appelle propriétés des fluides on a :

- Compressibilité
- Masse volumique et densité
- Poids volumique
- Volume massique
- Viscosité

Compressibilité

La compressibilité est le caractère de variation de volume de fluide avec une variation de pression (dp), le volume de fluide subit une diminution de volume (dV).

L'augmentation de pression entraine une diminution de volume.

Le coefficient de compressibilité est : $\beta = -\frac{dV/V}{dp} = -\frac{dV}{dpV}$ $(Pa^{-1}), (m^2/N)$ (1.1)

β : coefficient de compressibilité (m^2/N)
V : volume de fluide (m^3)
dV : variation de volume (m^3)
dp : variation de pression (N/m^2)

Masse volumique et densité

a) *Masse volumique* : La masse volumique ρ d'un fluide est la masse de l'unité de volume de ce fluide. Elle s'exprime en ***kg/m³***

Les fluides sont caractérisés par leur masse volumique $\rho = \frac{masse}{Volume} = \frac{M}{V}$ (1.2)

M : masse du fluide (kg)
V : volume du fluide (m^3)
ρ : masse volumique (kg/m^3)

Fluides	mercure	eau de mer	eau pure	huile	essence	butane	air
ρ(kg/m³)	13 600	1030	1000	900	700	2	1.293

b) *Densité*

La densité : elle mesure le rapport de la masse volumique du fluide rapportée à un corps de référence. C'est une grandeur sans unité définie par : $d = \frac{\rho}{\rho_{réf}}$ (1.3)

Le corps de référence dépend de l'état physique du corps

Eau : pour les solides et les liquides

Air : pour les gaz

Exemples : $d_{eau} = \frac{1000}{1000} = 1$ $\qquad d_{essence} = \frac{700}{1000} = 0.7$

Les liquides sont caractérisés par une masse volumique relativement importante ;

$$\rho_{\text{liquide}} \gg \rho_{\text{gaz}}$$

Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression.

Poids volumique (poids spécifique) : ϖ (N/m^3)

Il représente la force d'attraction exercée par la terre sur l'unité de volume, c'est-à-dire le poids de l'unité de volume.

$$\varpi = \frac{G}{V} = \frac{Mg}{V} = \frac{\rho \cancel{V} g}{\cancel{V}} \qquad \varpi = \rho g \qquad (\text{N/m}^3) \qquad (1.4)$$

Volume massique (volume spécifique)

C'est le volume qu'occupe l'unité de masse d'une substance, c'est l'inverse de la masse volumique

$$v = \frac{V}{M} = \frac{\cancel{V}}{\rho \cancel{V}} = \frac{1}{\rho} \qquad (m^3/kg) \qquad (1.5)$$

Viscosité

La viscosité d'un fluide est la propriété de résister aux efforts tangentiels qui tendent à faire déplacer les couches de fluide les unes par rapport aux autres. Lorsque le fluide se déplace en couches parallèles ;

La viscosité cinématique, ν, est définie comme étant le rapport entre la viscosité dynamique et la masse volumique.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (1.6)$$

Dans le système SI, l'unité de la viscosité dynamique est le (Pa.s) ou (kg/ms) ou Pl

Pa.s : Pascal seconde

Pl : Poiseuille avec 1 Pa.s = 1 Pl =1kg /ms

Dans le système CGS l'unité est le Poise (Po) avec 1 Po = 10^{-1} Pl

Dans le système SI, l'unité de la viscosité cinématique, ν, est le (m^2/s) ; dans le système CGS l'unité est le stockes où 1 stokes = 1 cm^2/s = 10^{-4} m^2/s

Définitions :

La viscosité dynamique (notée η [êta]) est une grandeur physique qui caractérise la résistance à l'écoulement laminaire (écoulement plus ou moins dans la même direction) d'un fluide incompressible (eau, huile ou miel par exemple). La viscosité dynamique s'exprime en Pa.s (pascal seconde) ou en Poiseuille (Pl).

En pratique, la grandeur qu'est la viscosité dynamique intervient dans certaines formules comme celle de la loi de Newton (en mécanique des fluides), ou encore dans l'équation de Navier-Stockes, une formule permettant par exemple de déterminer le champ de vitesse du fluide en fonction de sa viscosité, de sa masse volumique (et d'autres variables).

Facteurs influençant la viscosité dynamique

La viscosité dynamique η est dépendante de la matière et de sa température. Elle est exprimée en pascal-seconde.

- La viscosité dynamique η augmente fortement pour des liquides dont la température augmente
- La viscosité dynamique η augmente également pour les gaz dont la température augmente

La viscosité cinématique (notée ν [nu]) est le quotient de la viscosité dynamique par la masse volumique du fluide ($\nu = \eta/\rho$). Elle représente la capacité de rétention des particules du fluide et quantifie sa capacité à s'épancher (se répandre). La viscosité cinématique s'exprime en m2/s (homogène à un diffusivité).

Rapport entre viscosité dynamique et cinématique ν

La viscosité cinématique ν (ν = « Ny ») correspond à la viscosité dynamique d'un produit η divisée par sa densité ρ

Équation : $\nu = \eta / \rho$

Unité de la viscosité cinématique : $[\nu] = m^2/s$

Autres unités pour la viscosité cinématique

Unités non appropriées mais souvent utilisées : Stokes (St) et Centistokes (cSt). Elles ne correspondent pas au système d'unités SI (SI est l'abréviation de (Système international d'unités) :

Exemples de viscosités cinématique et dynamique

Exemples de tableau avec des valeurs de viscosité pour les viscosités dynamique et cinématique

Liquides	**η / mPa*s à 20°C**	**η / mPa*s à 0°C**	**ν / mm²/s à 20°C**
Eau	1,002	1,792	1,004
Huile d'olive	80,8		89
Éthanol	1,20	1,78	1,52
Méthanol	0,587	0,820	0,742
Benzène	0,648	0,91	0,737
Gaz à 0 °C ; 1 013 hPa		**η / µPa*s**	**ν / mm²/s**
Air		17,2	13,3
Dioxyde de carbone		13,7	6,93
Azote		16,5	13,2
Oxygène		19,2	13,4

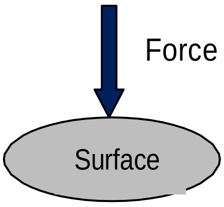
Chapitre 2 : Statique des fluides

Introduction

La statique des fluides est la branche de la mécanique des fluides qui traite principalement les fluides au repos. L'étude des propriétés des fluides au repos constitue la statique des fluides.

Notions de pression

La pression exercée par une force F agissant perpendiculairement sur une surface S est :



(N/m²) (N) (m²)

$$\boxed{P = \frac{F}{S}} \qquad (2.1)$$

L'unité légale (SI) de pression est le Pascal. $1\text{Pa} = 1\dfrac{N}{m^2}$

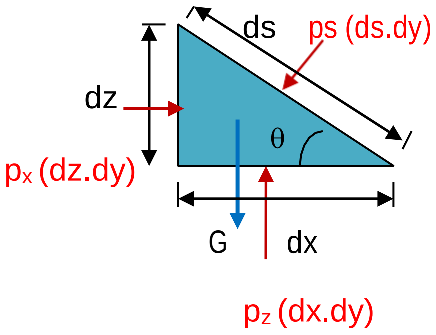
On utilise également l'hectopascal (hPa) 1hPa = 100 Pa

Autres unités :

- le bar $1\text{bar} = 10^5\,\text{Pa} = 10^5\dfrac{N}{m^2}$
- l'atmosphère 1atm = 101325 Pa = 1013 hPa appelée pression atmosphérique.

	Pascal (Pa)	**Bar**	**Atmosphère**
Pascal	1	10^{-5}	$9.869\ 10^{-6}$
Bar	10^5	1	0.987167
Kgf/cm²	98039	0.9803	0.968
Atmosphère	101325	1.0133	1
cm d'eau	98.04	$980\ 10^{-6}$	968 10-6
mm de Hg	133	$1.333\ 10_{-3}$	$1.316\ 10^{-3}$
mbar	10^2	10^{-3}	$987\ 10^{-6}$

Pression en un point d'un fluide au repos (Théorème de Pascal)



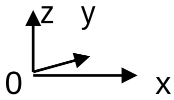


Figure (2.1) : Pression en un point d'un liquide au repos

Supposons que le liquide exerce une pression p_x sur la surface (dz dy), une pression p_z sur la surface (dx dy) et une certaine pression p_s sur la surface (ds dy) de l'élément.

Donc l'intensité des forces de pression (s'appliquant de façon normale aux surfaces) est :

$$F_x = p_x (dzdy)\ ; \quad F_z = p_z (dxdy)\ ; \quad F_s = p_s (dsdy) \tag{2.2}$$

La force de gravité agissant sur cet élément de fluide est : $G = \varpi \dfrac{(dxdz)}{2} dy$ (2.3)

Dans la direction horizontale des x :

$\sum \vec{F}_{ox} = 0 \longrightarrow F_x - F_s \sin\theta = 0 \longrightarrow p_x (dzdy) - p_s (dsdy) \sin\theta = 0$

D'où : $p_x\, dz - p_s\, ds \sin\theta = 0$, en sachant que $ds \sin\theta = dz$, on obtient : $p_x = p_s$ (2.4)

$\sum \vec{F}_{oz} = 0 \longrightarrow F_z - F_z \cos\theta - G = 0 \longrightarrow p_z (dxdy) - p_s (dsdy) \cos\theta - \varpi \dfrac{(dxdz)}{2} dy = 0$

D'où : $p_z dx - p_s ds \cos\theta - \varpi \dfrac{(dxdz)}{2} = 0$ et en sachant que $ds.\cos\theta = dx$, on obtient : $p_z - p_s - \dfrac{dz}{2} = 0$

Et si l'on réduit l'élément de volume à un point,
c'est-à-dire $dz = 0$, on obtient $p_z = p_s$ (2.5)
Des équations (2.4) et (2.5), on obtient : $p_x = p_z = p_s$ (2.6)

Par conséquent, la pression hydrostatique en un point donné d'un fluide au repos est la même (agit de façon égale) dans toutes les directions

On peut vérifier que la pression exercée au sein d'un liquide en équilibre,

- est constante en tous points d'un même plan horizontal.
- est indépendante de la direction considérée.
- croît au fur et à mesure que l'on s'éloigne de sa surface libre.

Principe fondamental de l'hydrostatique

<u>Principe fondamental de l'hydrostatique</u>

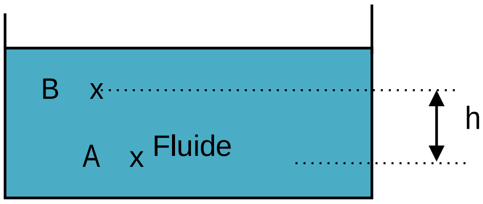


Figure 2.2

La différence de pression entre deux points d'un fluide en équilibre est donnée par la relation,

$$\boxed{p_A - p_B = \rho g h}$$

ρ est la masse volumique du fluide en (kg/m^3)
h est la dénivellation entre les deux points A et B en (m)
g est l'accélération de la pesanteur (9,81 N/kg)
$\Delta P = P_A - P_B$ est la différence de pression en (Pa)

Transmission des pressions dans les liquides

Théorème de Pascal

Toute variation de pression en un point d'un liquide au repos est transmise intégralement à tous les autres points du liquide.

<u>Application : Principe de la presse hydraulique</u>

Soit le schéma de principe d'une presse hydraulique (Fig.2.3). On y produit une force considérable à partir d'une force relativement peu importante, en considérant la surface d'un piston à la sortie 2 plus large que celui à l'entrée 1.

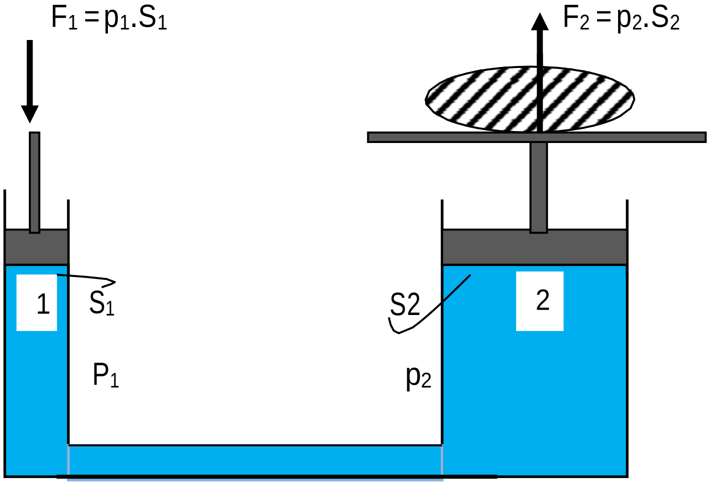


Figure.2.3 : Principe d'une presse hydraulique

Lorsque les deux pistons 1 et 2 sont sur le même niveau, on a : $p_1=p_2$

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} \qquad P_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

S

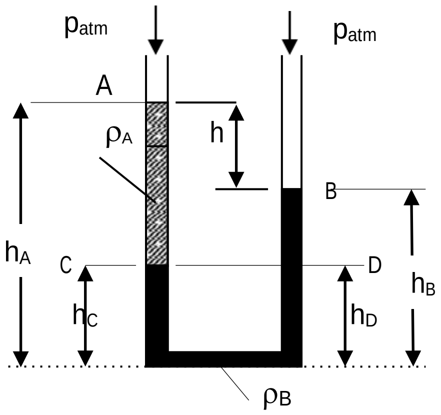
$p_1 = p_2$ donc : $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

d'où : $\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$

Si $S_2 \gg S_1 \Longrightarrow F_2 \gg F_1$

Equilibre de deux fluides non miscibles

Un tube en U rempli d'un liquide de masse volumique (ρ_B), si dans l'une des branches un autre liquide non miscible au premier et de masse volumique (ρ_A) est versé, il est observé une dénivellation $h=(h_A-h_B)$ entre les deux liquides. Les deux surfaces libres étant à la pression atmosphérique. D'après le principe de Pascal, il est possible d'écrire les équations suivantes :



$$p_D = p_{atm} + \rho_B\, g\, (h_B-h_D)$$

$$p_C = p_{atm} + \rho_A\, g\, (h_A-h_C)$$

$$\Longrightarrow \cancel{p_{atm}} + \rho_B\, g\, (h_B-h_D) = \cancel{p_{atm}} + \rho_A\, g\, (h_A-h_C)$$

et puisque $h_D = h_C$ (même plan horizontal d'un même fluide) $\Longrightarrow \rho_B\, g\, (h_B-h_C) = \rho_A\, g\, (h_A-h_C)$

$$\boxed{\rho_A = \rho_B \frac{(h_B - h_C)}{(h_A - h_C)}}$$

La simple mesure des hauteurs des deux fluides permet de déterminer la masse volumique d'un fluide. De même ce concept est utilisé pour la masure des pressions avec les manomètres à colonne de liquide ou manomètre différentiel.

Principe d'Archimède

Si l'on examine le comportement d'un cylindre de longueur L et de section S, immergé dans un fluide de masse volumique ρ dans le champ de pesanteur terrestre, ce cylindre est soumis à plusieurs forces :

- des forces radiales de pression qui s'exercent sur la paroi verticale et qui sont diamétralement opposées et s'annulent deux à deux (f et f')

- sur la surface inférieure s'exerce une force verticale normale à S, dirigée vers le haut et d'intensité $F_2 = p_2.S$.
- sur la surface supérieure s'exerce une force verticale normale à S dirigée vers le bas et d'intensité $F_1 = p_1.S$

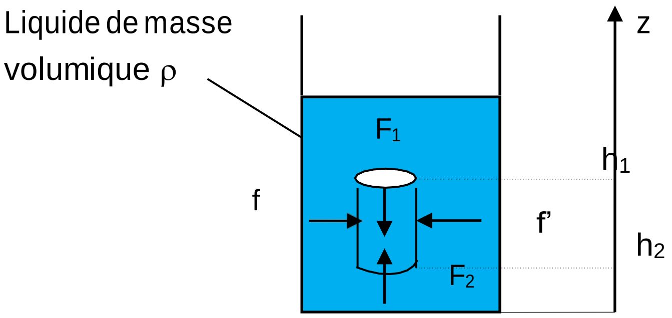


Figure 2.4 : Poussée d'Archimède cylindre immergé

La poussée d'Archimède est la résultante de toutes ces forces. Si ces forces sont projetées sur l'axe Oz, la résultante suivante est obtenue :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = (p_2-p_1).S = (h_2 - h_1)\ \rho\ g\ S = \rho V\ g$$

Puisque (h_2-h_1) n'est autre que la hauteur du cylindre. Donc : $\boxed{\sum \vec{F} = \rho V g}$

La poussée d'Archimède est dirigée dans le sens inverse du champ de pesanteur et s'annonce de la façon suivante : « Tout corps totalement immergé dans un liquide est soumis à une poussée dirigée du bas vers le haut et égale au poids du liquide déplacé, c'est-à-dire correspondant au volume du corps immergé »