Chapitre 02: Portique Isostatique:

Rappelle de cours
Sur RDM.

2.1. Hypotheses de R.D.M :

1- La continuité du matériau ;

2- Le Solide est homogène (constitué du même matériau et de même constition physique et chimique)

3. Le Solide est supposé isotrope (à les mêmes propriétés mécanique en chacun de ses points et dans toutes les directions).

4- Les déformations sont petites par comparaison avec les dimensions du corps déformé.

5- Elasticité parfaite du materiau ;

6- Dépendance linéaire entre les déformations et les charges
(Loi de Hooke $\sigma = E\varepsilon$)

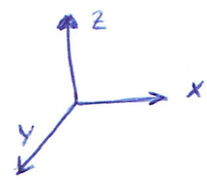
7- Les Sections plan perpendiculaires à l'axe de la barre, restent planes et perpendiculaires au cours de processus de déformation (Hypothèse de Navier - Bernoulli.)

2.2. Equilibre d'un corps:

un corps est dit en équilibre, si la somme des forces est égale à zero et la somme des moments est nulle également.

- Conditions d'équilibre:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum M_{/x} = 0$$
$$\sum F_y = 0 \qquad \sum M_{/y} = 0$$
$$\sum F_z = 0 \qquad \sum M_{/z} = 0$$



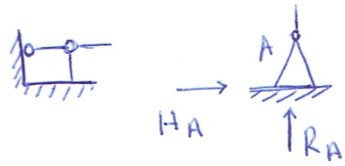
2.3. Differents modes d'appuis :

a/ Appuis articulé mobile : il est appellé aussi appui simple.

Appuis Simple.

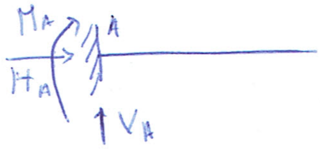
(1)

b/ **Appui articulé immobile ou appui double :** admet deux composantes de réactions que sont les réaction verticale V_A et la réaction horizontale H_A

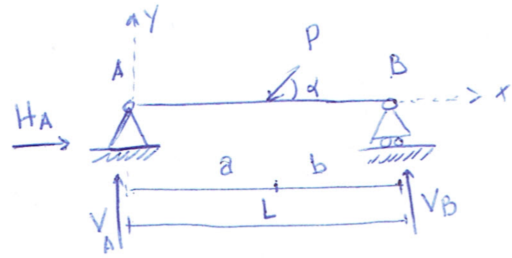


Appui double.

c/ **Encastrement :** où sont possible trois composantes de réactions: La réaction verticale V_A ; horizontale H_A et le moment d'appui ou moment d'encastrement M_A



Exemple :



en équilibre :

$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_B - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow \boxed{H_B = P\cos\alpha}$ ...... (1)

$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - P\sin\alpha = 0$ ...... (2)

$\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow V_B \cdot L - P\sin\alpha \cdot a = 0$ .... (3)

$$\boxed{V_B = P \cdot \frac{a}{L} \cdot \sin\alpha}$$

En remplace V_B dans l'equation (2) ; on aura.

$$V_A + P \cdot \frac{a}{L} \cdot \sin\alpha - P\sin\alpha = 0.$$

$$\boxed{V_A = P\left(1 - \frac{a}{L}\right)\sin\alpha}$$

Pour la verification :

$\sum M_{/B} = 0 \Rightarrow -V_A \cdot L + P\sin\alpha \cdot b = 0$

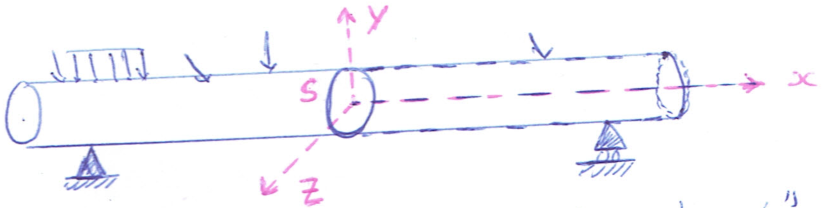
Références:
1, cour de résistance des materiaux " système isostatique) ; polycopie ; MALAB Sonad ; USTO MB d'oran.

$\Rightarrow V_A = P\left(\frac{b}{L}\right)\sin\alpha \quad , \quad b = L - a$

$\Rightarrow V_A = P\,\frac{L-a}{L}\sin\alpha \Rightarrow \boxed{V_A = P\left(1 - \frac{a}{L}\right)\sin\alpha}$ .. c'est donc vérifié.

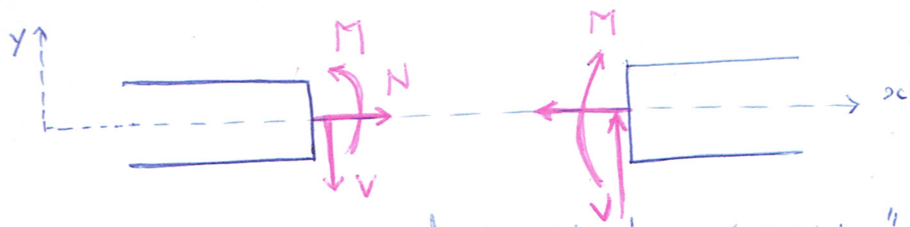
2.4. Notion de la coupe ou éléments de réduction :

On considère la poutre chargée représentée par la figure, en équilibre sous l'action des charges extérieurs et des réactions (supposées connues), chaque partie de la poutres se trouve également en équilibre.



"schéma d'une poutre chargé"

On pratique "une coupe fictive" dans la poutre suivant le plan vertical (YZ), de manière à avoire deux tronçons.
(خيالية زائفة)



" élément de réduction (N, V et M)"

Les composantes de l'action du tronçon à droite sur le tronçon à gauche (ou inversement) sont appelés les efforts internes, ou encour éléments de réduction.

---

* Najet Benamara et Ali moussaoui " cour resistance des materiaux 2"

2.5. Les effort internes :

a/ L'effort normale "N" :

L'effort normale **N** dans la Section (S) est égale à la Somme algébrique des projections sur l'axe des x de toutes les forces (charges exterieures et réactions d'appui) , agissant sur le tronçon à gauche de (S).

$$\boxed{N = \sum F_x}$$

- un effort normale exerçant une traction sur la Section étudiée sera considéré comme Positif.

b/ L'effort tranchant :

L'effort tranchant V_{ou}(T) dans La Section (S), est égale à la Somme algébrique des projections sur l'axe des y de toutes les forces agissant sur la partie de la Poutre située à droite de la Section (S).

$$\boxed{V = \sum F_y}$$

On considérera un effort tranchant comme Positif s'il a tendance (اتجاه) à faire tourner la Section (S) dans le sens horaire

c/ Le moment fléchissant :

Le moment fléchissant **M** dans la Section (S) et égale à la Somme algébrique des moments crées dans cette Section Par toutes les sollicitations agissant sur ~~la section~~ tronçon droite de section (S).

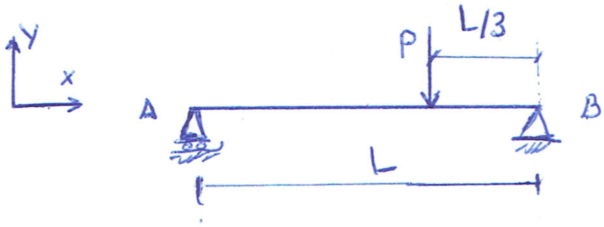
$$\boxed{M = \sum C + \sum F_y \cdot d}$$

où : C : représente un couple concerné

d : le bras de levier de la composante transversale de la face F.

- un moment fléchissant qui provoque des tractions dans les fibres inférieures d'une Poutre horizontale sera considéré positif.

Exemple d'application :

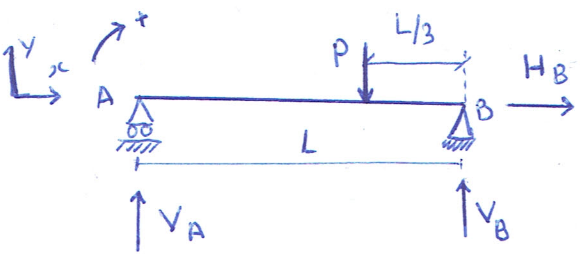


1/ Déterminer les réactions d'appuis ?

2/ calculer les effort internes ?

3/ tracer les diagrames des efforts ?

Solution :



1/ en équilibre : (réaction d'appuis) $\sum F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$

- $\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{H_B = 0}$ ... ①

- $\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - P = 0$

$\Rightarrow \boxed{V_A = P - V_B}$ .... ②

- $\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow -V_B \cdot L + \frac{2}{3} P \cdot L = 0$

$\Rightarrow \boxed{V_B = \frac{2}{3} P}$ .... ③

On remplace ③ dans ② :

$\boxed{V_A = \frac{1}{3} P}$

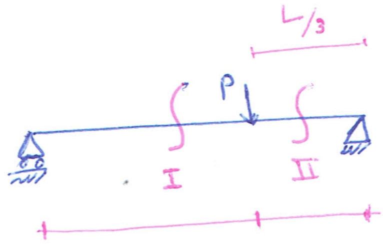
2) Calcul des efforts internes :

* Effort normale : "N"

$$N = \sum F_x = H_B = 0$$

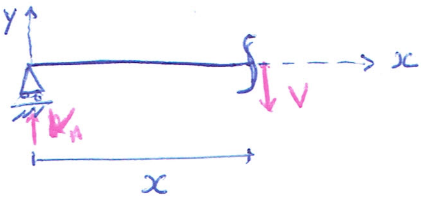
$$\boxed{N = 0}$$

* Effort tranchant :



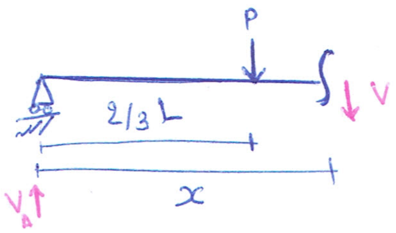
$$V = \sum F_y$$

- Tronçon I : $0 \leq x < \frac{2}{3}L$



$$R_A - V = 0 \Rightarrow \boxed{V = V_A = \frac{1}{3}P}$$

- Tronçon II : $2/3L \leq x \leq L$

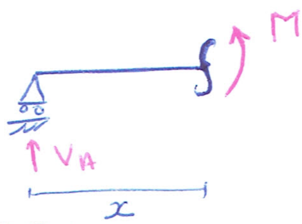


$$V_A - P - V = 0 \Rightarrow V = V_A - P$$

$$V = \frac{1}{3}P - P \Rightarrow \boxed{V = -\frac{2}{3}P}$$

* Moment fléchissant :

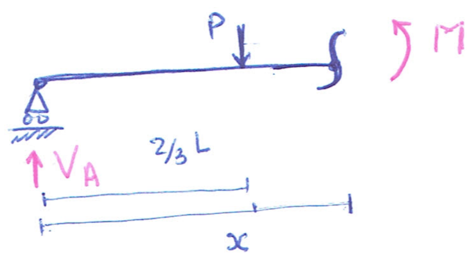
Tronçon I : $0 \leq x < \frac{2}{3}L$.



$$\sum M = 0 \Rightarrow M - V_A \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow M = V_A \cdot x \Rightarrow \boxed{M = \frac{1}{3} \cdot P x}$$

Tronçon II : $\frac{2}{3}L \leq x \leq L$



$$\sum M = 0 \Rightarrow M - M_{V_A} + M_p = 0$$

$$M = M_{V_A} - M_p$$

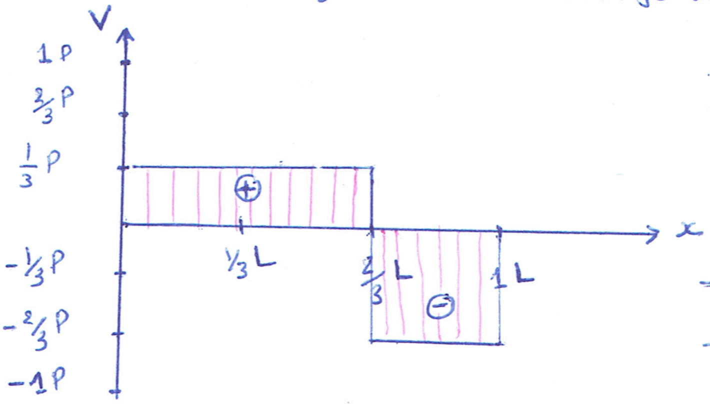
$$M = V_A \cdot x - P \cdot \left(x - \frac{2}{3}L\right)$$

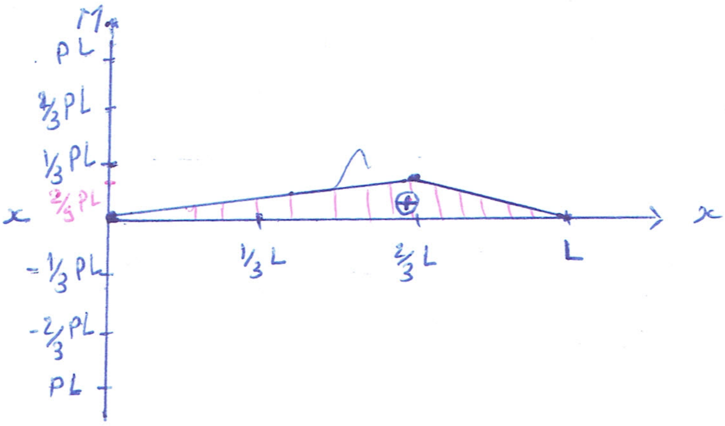
$$M = V_A \cdot x - Px + \frac{2}{3} L \cdot P$$

$$M = \frac{1}{3} P x - P x + \frac{2}{3} L P \Rightarrow M = Px\left(\frac{1}{3} - 1\right) + \frac{2}{3} L \cdot P$$

$$M = -\frac{2}{3} Px + \frac{2}{3} L \cdot P \Rightarrow \boxed{M = -\frac{2}{3} P (x + L)}$$

3/ Les diagrammes des efforts :





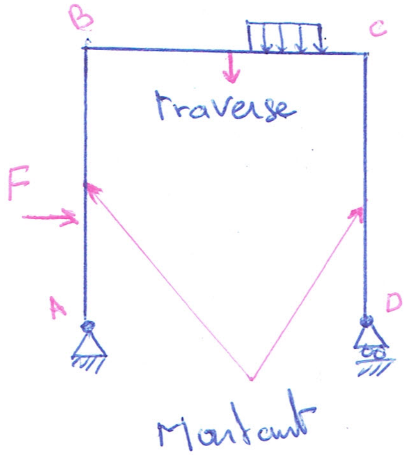
$x = 0 \Rightarrow M = 0$

$x = \frac{2}{3} L \Rightarrow \frac{2}{9} PL = M$

2. Portique Isostatique :

2.1. Généralité et définitions :

On appelle Portique, les Systèmes Constitués des barres reliées entre elles Par des noeuds rigides (B, C).



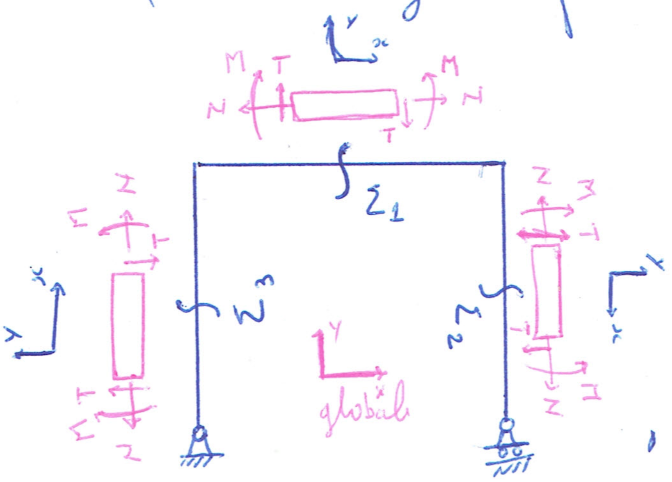
- On appelle montants les barres verticales et traverses les barres horizontales.
- L'axe d'un portique st une ligne brisée dont chacune des Parties
- le tracé d'un diagramme d'un portique se ramène au tracé d'un diagramme de chacune des barres

2.2. Convention de Signes :

- L'effort normale $N>0$ en traction, $N<0$ en compréssion
- L'effort tranchant $T>0$ si la rotation ~~[illegible]~~ engendré dans la Section st dans le Sens horaire.

  $T<0$ dans le sens anti-horaire (contrère)

- Le moment fléchissant dans le cas des Portique, il n'existe pas des règles spéciales établies Pour les signes.

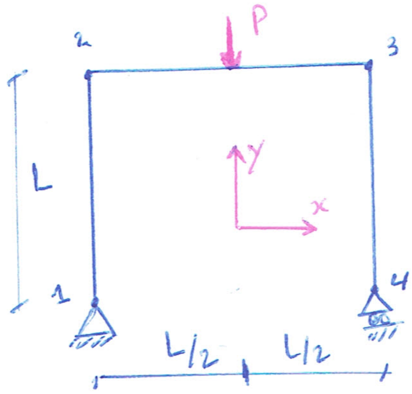


$M>0$
$T>0$
$N>0$

parmi Les méthodes de calcul des effort.
la méthode des Sections
- On change des Sections chaque fois que l'on change la charge ou la barre.

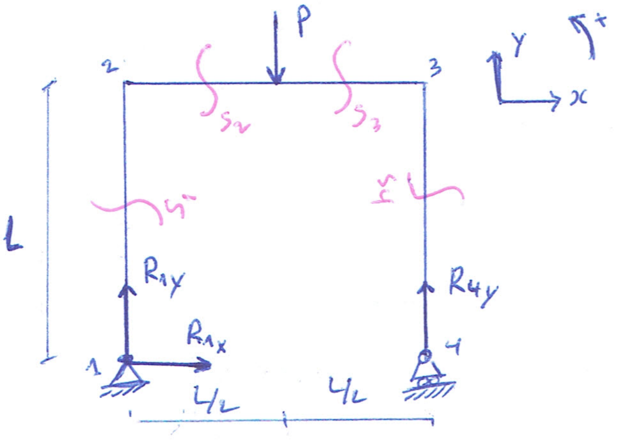
Application :

A L'aide de la méthode des Sections, Tracer les diagrammes des efforts (N, T, M). du Portique Suivant.



Solution :

Cette méthode consiste à prendre l'ensemble du Portique et faire des Sections Suivant x et y telle que :



* Calcul des réactions : Par rapport aux axes global

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{R_{1x} = 0}$$

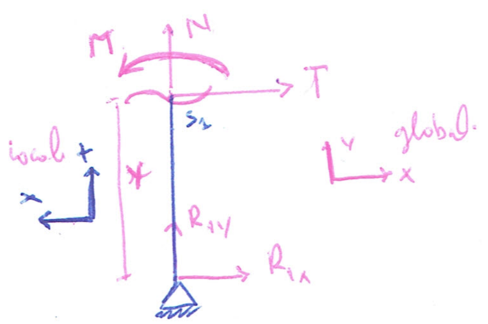
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{1y} + R_{4y} - P = 0$$

$$\sum M_{/1} = 0 \Rightarrow R_{4y} \cdot L - P \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{4y} = \frac{P}{2}}$$

$$\boxed{R_{1y} = \frac{P}{2}}$$

* Section 1 ($0 \leq y \leq L$)



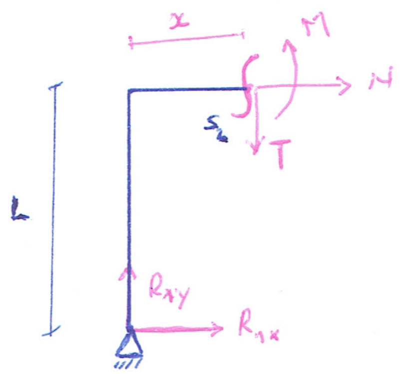
• $\sum F_x = 0 \Rightarrow$

$$R_{1x} + T = 0 \Rightarrow \boxed{T = -R_{1x} = 0}$$

• $\sum F_y = 0 \Rightarrow N + R_{1y} = 0 \Rightarrow \boxed{N = -\frac{P}{2}}$

• $\sum M_{/} = 0 \Rightarrow M + R_{1x} \times y = 0 \Rightarrow \boxed{M = 0}$

Section 2 : ($0 \leq x \leq L/2$) :



- $\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{1x} + N = 0 \Rightarrow \boxed{N = 0}$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{1y} - T = 0 \Rightarrow T = R_{1y}$

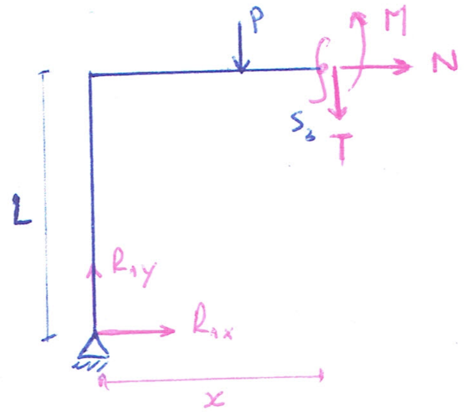
$\Rightarrow \boxed{T = \frac{P}{2}}$

- $\sum M = 0 \Rightarrow M - R_{1y} \cdot x$

$\Rightarrow M = R_{1y} \cdot x$

$\Rightarrow \boxed{M = \frac{P}{2} x} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow M = 0 \\ x = L/2 \Rightarrow M = \frac{PL}{4} \end{cases}$

Section 3 : ($L/2 \leq x \leq L$) :



- $\sum F_x = 0 \Rightarrow N + R_{1x} = 0 \Rightarrow \boxed{N = 0}$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{1y} - P - T = 0$

$\Rightarrow T = R_{1y} - P = 0$

$\Rightarrow \boxed{T = -\frac{P}{2}}$

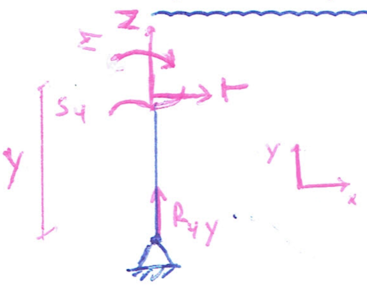
- $\sum M = 0 \Rightarrow M + P \times (x - \frac{L}{2}) - R_{1y} \times x$

$\Rightarrow M = + R_{1y} \cdot x - Px + \frac{PL}{2}$

$M = \frac{PL}{2} + (\frac{P}{2} - P) x$

$\boxed{M = \frac{PL}{2} - \frac{P}{2} x} \Rightarrow \begin{cases} x = L/2 \Rightarrow M = \frac{PL}{4} \\ x = L \Rightarrow M = 0 \end{cases}$

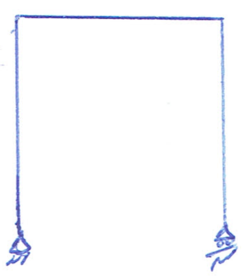
- ## Section 4 : ($0 \leq y \leq L$) : (La Partie droite)



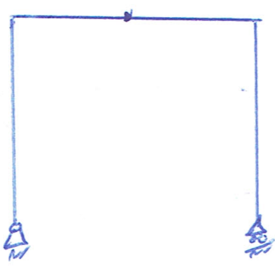
- $\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{T = 0}$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{4y} + N = 0 \Rightarrow \boxed{N = -\frac{P}{2}}$
- $\sum M = 0 \Rightarrow \boxed{M = 0}$

Diagrammes :

N



T



M